Mantel-Haenszel 検定

青木繁伸

2020 年 3 月 17 日

1 目的

Mantel-Haenszel(Cochran-Mantel-Haenszel) 検定を行う。
Mantel-Haenszel 検定は，古典的な $2\times2\times k$ 集計表に対するものである。
Cochran-Mantel-Haenszel 検定は Mantel-Haenszel 検定の拡張である。

2 使用法

```
import sys
sys.path.append("statlib")
from xtest import Mantel_Haenszel_test
Mantel_Haenszel_test(x, y=None, z=None, alternative="two_sided",
                     correct=True, exact=False, conflevel=0.95, verbose=True)
```

2.1 引数

`x`	$m\times n\times k$ の 3 次元配列。$m,n,k \geqq 2$ で，k が層を表す。 または，クロス集計するときに第 1 次元目になる，もとのデータベクトル。
`y`	`x` がデータベクトルのとき，クロス集計するときに第 2 次元目になる，もとのデータベクトル。
`z`	`x` がデータベクトルのとき，クロス集計するときに第 3 次元目（層）になる，もとのデータベクトル。
`alternative`	対立仮説の種類。デフォルトでは両側検定 (`"two_sided"`)。`"lower"` と `"greater"` も指定できる。
`correct`	$2\times2\times k$ の場合に連続性の補正をするかどうかの指定。デフォルトでは連続性の補正をする。連続性の補正をしないときには `False` を指定する。
`exact`	$2\times2\times k$ の場合に，正確な検定を行うかどうかの指定。デフォルトでは `False` なので，正確な検定をする場合には `True` を指定する。
`conflevel`	信頼性係数。デフォルトでは 0.95。
`verbose`	必要最小限のプリント出力をする

2.2 戻り値の名前

"chisq"	exact=False の場合に検定統計量（χ^2 分布にしたがう）
"df"	exact=False の場合に自由度
"pvalue"	p 値。exact=False の場合は，正確な p 値
"confint"	各層共通オッズ比の信頼区間（$2\times2\times k$ の場合）
"estimate"	各層共通オッズ比の推定値（$2\times2\times k$ の場合）
"nullValue"	帰無仮説のもとでの各層共通オッズ比の母数（$2\times2\times k$ の場合）
"alternative"	対立仮説の種類（$2\times2\times k$ の場合）
"method"	検定手法名（$2\times2\times k$ の場合）
""	
""	

3 使用例

Rabbits は，ペニシリン 5 レベルごとの治療遅延の有無と予後についての 2×2×5 の集計表である。

```
                  Penicillin Level
Delay Response   1/8 1/4 1/2   1   4
None  Cured        0   3   6   5   2
      Died         6   3   0   1   0
1.5h  Cured        0   0   2   6   5
      Died         5   6   4   0   0
```

```
import sys
sys.path.append("statlib")
from xtest import Mantel_Haenszel_test

Rabbits = [[[0, 6], [0, 5]],
           [[3, 3], [0, 6]],
           [[6, 0], [2, 4]],
           [[5, 1], [6, 0]],
           [[2, 0], [5, 0]]]
from xtest import Woolf_test

e = Woolf_test(Rabbits)
```

```
Woolf test on Homogeneity of Odds Ratios (no 3-Way association)
chisq = 5.2873,  df = 4,  p value = 0.25907
```

```
e["OR"]
```

```
[0.8461538461538461, 13.0, 23.4, 0.28205128205128205, 0.45454545454545453]
```

各層のオッズ比は 0.28 〜 23.4 とかなり異なるが，オッズ比が等しいという帰無仮説は棄却できないので，

Mantel-Haenszel 検定を行うことができる。
いずれの結果も，即時治療が予後を良くするという結論を支持する。

```
a = Mantel_Haenszel_test(Rabbits)
```

```
Mantel-Haenszel chi-squared test with continuity correction
chisq = 3.9286,  df = 1,  p value = 0.04747
alternative hypothesis: true common odds ratio is not equal to 1
95 percent confidence interval: = [1.0267, 47.725]
sample estimates: s ratio = 7
```

```
b = Mantel_Haenszel_test(Rabbits, exact=True)
```

```
Exact conditional test of independence in 2 x 2 x k tables
S = 16,  p value = 0.03994
alternative hypothesis: true common odds ratio is not equal to 1
95 percent confidence interval: = [1.0774, 531.51]
sample estimates: s ratio = 10.361
```

```
c = Mantel_Haenszel_test(Rabbits, exact=True, alternative="greater")
```

```
Exact conditional test of independence in 2 x 2 x k tables
S = 16,  p value = 0.01997
alternative hypothesis: true common odds ratio is greater than 1
95 percent confidence interval: = [1.3842, inf]
sample estimates: s ratio = 10.361
```

集計すると 3 次元配列になる元データ

```
x = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2,
     2, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2,
     2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2]
y = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
     1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2,
     2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2]
z = [2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 1, 1, 1, 1,
     1, 1, 2, 2, 2, 4, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 1,
     1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3]

c2 = Mantel_Haenszel_test(x, y, z, exact=True, alternative="greater")
```

```
Exact conditional test of independence in 2 x 2 x k tables
S = 16,  p value = 0.01997
alternative hypothesis: true common odds ratio is greater than 1
95 percent confidence interval: = [1.3842, inf]
sample estimates: s ratio = 10.361
```

集計された 3 次元配列

```
print(c2["x"])
```

```
[[[0 6]
  [0 5]]

 [[3 3]
  [0 6]]

 [[6 0]
  [2 4]]

 [[5 1]
  [6 0]]

 [[2 0]
  [5 0]]]
```

UCBAdmissions データは，6 学部における性別の入学合否についての 2 × 2 × 6 の集計表である。

```
                              Dept
Admit    Gender         A   B   C   D   E   F
Admitted Male         512 353 120 138  53  22
         Female        89  17 202 131  94  24
Rejected Male         313 207 205 279 138 351
         Female        19   8 391 244 299 317
```

```
UCBAdmissions = [[[512,  89], [313,  19]],
                 [[353,  17], [207,   8]],
                 [[120, 202], [205, 391]],
                 [[138, 131], [279, 244]],
                 [[ 53,  94], [138, 299]],
                 [[ 22,  24], [351, 317]]]
d = Mantel_Haenszel_test(UCBAdmissions)
```

```
Mantel-Haenszel chi-squared test with continuity correction
chisq = 1.4269,  df = 1,  p value = 0.23226
alternative hypothesis: true common odds ratio is not equal to 1
95 percent confidence interval: = [0.77191, 1.0603]
sample estimates: s ratio = 0.9047
```

p 値は 0.23226 なので，性別と合否に関連があるとはいえない。

しかし，学部ごとのオッズ比はかなり違っており，これは Mantel-Haenszel 検定の前提（各層のオッズ比は等しい）を満たしていない。

各層のオッズ比が等しいといえるかどうかは Woolf 検定で確認できる。

p 値は 0.00343 なので，各層のオッズ比は異なると結論する。

```
from xtest import Woolf_test

e = Woolf_test(UCBAdmissions)
```

```
Woolf test on Homogeneity of Odds Ratios (no 3-Way association)
chisq = 17.902,  df = 5,  p value = 0.00307
```

各層のオッズ比は以下のようである。

```
print([round(x, 5) for x in e["OR"]])
```

```
[0.34921, 0.8025, 1.13306, 0.92128, 1.22163, 0.82787]
```

`Stisfaction` は男女別の収入と職業満足度の 4×4×2 の集計表である。

```
                   Job Satisfaction
Gender Income       V_D L_S M_S V_S
Female <5000          1   3  11   2
       5000-15000     2   3  17   3
       15000-25000    0   1   8   5
       >25000         0   2   4   2
Male   <5000          1   1   2   1
       5000-15000     0   3   5   1
       15000-25000    0   0   7   3
       >25000         0   1   9   6
```

```
Satisfaction = [[[ 1,  3, 11,  2], # Female
                 [ 2,  3, 17,  3],
                 [ 0,  1,  8,  5],
                 [ 0,  2,  4,  2]],
                [[ 1,  1,  2,  1], # Male
                 [ 0,  3,  5,  1],
                 [ 0,  0,  7,  3],
                 [ 0,  1,  9,  6]]]

f = Mantel_Haenszel_test(Satisfaction)
```

```
Cochran-Mantel-Haenszel test
Cochran-Mantel-Haenszel M^2 = 10.2,  df = 9,  p value = 0.33453
```

収入と職業満足度の関連には，男女差があるとはいえない（p 値 = 0.33453）。