

一般化固有値問題

青木繁伸

2020年3月17日

1 目的

$Ax = \lambda Bx$, A :実対称行列, B :実対称正值行列, λ :スカラー, x :列行列としたとき, 一般化固有値問題を解く。

2 使用法

```
import sys
sys.path.append("statlib")
from misc import geneig
geneig2(a, b)
```

2.1 引数

a	実対称行列
b	実対称正值行列

2.2 戻り値の名前

"value"	固有値
"vec"	固有ベクトル

3 使用例

```
A = [[1, 1, 0.5], [1, 1, 0.25], [0.5, 0.25, 2]]
B = [[2, 2, 2], [2, 5, 5], [2, 5, 11]]

import sys
sys.path.append("statlib")
from misc import geneig

val, vec = geneig(A, B)
```

```

val
array([ 0.61064415,  0.31504683, -0.00902431])

vec
array([-0.52639102,  0.51459871,  0.53984627],
      [-0.28177985, -0.40261967, -0.50842651],
      [ 0.24794352,  0.31839951, -0.06174487]]))

v2 = vec**2
v2.sum(axis=0)
array([0.41796338, 0.52829268, 0.55374394])

import numpy as np

A = np.array(A)

A
array([[1. , 1. , 0.5 ],
       [1. , 1. , 0.25],
       [0.5 , 0.25, 2. ]])

B = np.array(B)

B
array([[ 2,   2,   2],
       [ 2,   5,   5],
       [ 2,   5,  11]]]

x = vec[:, 0]

A @ x
array([-0.68419911, -0.74618499,  0.16224657])

val[0] * B @ x
array([-0.68419911, -0.74618499,  0.16224657])

x = vec[:, 1]

A@x
array([0.2711788 , 0.19157892, 0.79344346])

val[1] * B @ x
array([0.2711788 , 0.19157892, 0.79344346])

```

```
from scipy.linalg import eig
val2, vec2=eig(A, B)
g = np.diag(1 / np.sqrt(val2))
val2@g@vec2

array([-0.88089881+0.03643265j, -0.24233763-0.04161426j,
       0.18340789-0.00788231j])
```