

比率の信頼区間推定法

試行数 n , 成功数 s の結果から , 母比率の信頼区間を求める方法はたくさんあるが , いわゆる「正確な方法」も実際は少しも正確ではないということが指摘されている。

最も簡単な (電卓でも計算できる) 方法は , Wald による (2) 式である。この式では $s = 0$ の場合や $s = n$ の場合には信頼区間を求めることができない。また , 上限値が 1 より大きいとか , 下限値が 0 より小さいということも生じる (そのような場合にはそれぞれ , 1 および 0 とする) 。

$$p = s/n \tag{1}$$

$$p \pm 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \tag{2}$$

Agresti と Coull は Wald の方法を修正したものを提案した (The American Statistician. 52:119–126, 1998) 。 (4) 式による方法は $s = 0$ の場合や $s = n$ であっても信頼区間を計算できることと , いわゆる「正確な方法」よりも精度が高いという。 s および n の値の如何に関わらず , 実際に得られる信頼区間の信頼度は 95% に近い。いくつかの組み合わせでは 95% より低いがそのような場合でも 92% 以下になることはない。

$$p' = \frac{s+2}{n+4} \tag{3}$$

$$p' \pm 1.96 \sqrt{\frac{p'(1-p')}{n+4}} \tag{4}$$

表 1 ~ 3 に , 計算結果の比較を示す。binomial と書いた列が , 二項分布に基づいて計算した信頼区間である。

表 1 $n = 5$ の場合の信頼区間の比較

$n = 5$	Wald		Agresti		binomial	
	lcl	ucl	lcl	ucl	lcl	ucl
s						
0	0.00000	0.00000	-0.04939	0.49384	0.00000	0.52182
1	-0.15062	0.55062	0.02535	0.64132	0.00505	0.71642
2	-0.02941	0.82941	0.11980	0.76909	0.05274	0.85337
3	0.17059	1.02941	0.23091	0.88020	0.14663	0.94726
4	0.44938	1.15062	0.35868	0.97465	0.28358	0.99495
5	1.00000	1.00000	0.50616	1.04939	0.47818	1.00000

表 2 $n = 10$ の場合の信頼区間の比較

$n = 10$	Wald		Agresti		binomial	
	s	lcl	ucl	lcl	ucl	lcl
0	0.00000	0.00000	-0.04045	0.32616	0.00000	0.30850
1	-0.08594	0.28594	-0.00066	0.42923	0.00253	0.44502
2	-0.04792	0.44792	0.04907	0.52236	0.02521	0.55610
3	0.01597	0.58403	0.10614	0.60814	0.06674	0.65245
4	0.09636	0.70364	0.16934	0.68780	0.12155	0.73762
5	0.19010	0.80990	0.23808	0.76192	0.18709	0.81291
6	0.29636	0.90364	0.31220	0.83066	0.26238	0.87845
7	0.41597	0.98403	0.39186	0.89386	0.34755	0.93326
8	0.55208	1.04792	0.47764	0.95093	0.44390	0.97479
9	0.71406	1.08594	0.57077	1.00066	0.55498	0.99747
10	1.00000	1.00000	0.67384	1.04045	0.69150	1.00000

表 3 $n = 20$ の場合の信頼区間の比較

$n = 20$	Wald		Agresti		binomial	
	s	lcl	ucl	lcl	ucl	lcl
0	0.00000	0.00000	-0.02724	0.19391	0.00000	0.16843
1	-0.04552	0.14552	-0.00732	0.25732	0.00127	0.24873
2	-0.03148	0.23148	0.01756	0.31577	0.01235	0.31698
3	-0.00649	0.30649	0.04585	0.37081	0.03207	0.37893
4	0.02469	0.37531	0.07676	0.42324	0.05733	0.43661
5	0.06022	0.43978	0.10982	0.47352	0.08657	0.49105
6	0.09916	0.50084	0.14473	0.52193	0.11893	0.54279
7	0.14096	0.55904	0.18131	0.56869	0.15391	0.59219
8	0.18529	0.61471	0.21942	0.61391	0.19119	0.63946
9	0.23196	0.66804	0.25899	0.65768	0.23058	0.68472
10	0.28087	0.71913	0.29996	0.70004	0.27196	0.72804
11	0.33196	0.76804	0.34232	0.74101	0.31528	0.76942
12	0.38529	0.81471	0.38609	0.78058	0.36054	0.80881
13	0.44096	0.85904	0.43131	0.81869	0.40781	0.84609
14	0.49916	0.90084	0.47807	0.85527	0.45721	0.88107
15	0.56022	0.93978	0.52648	0.89018	0.50895	0.91343
16	0.62469	0.97531	0.57676	0.92324	0.56339	0.94267
17	0.69351	1.00649	0.62919	0.95415	0.62107	0.96793
18	0.76852	1.03148	0.68423	0.98244	0.68302	0.98765
19	0.85448	1.04552	0.74268	1.00732	0.75127	0.99873
20	1.00000	1.00000	0.80609	1.02724	0.83157	1.00000